

Propuesta de un instrumento de medición del pensamiento crítico de las Unidades de Aprendizaje de Matemáticas de la Licenciatura en Ingeniería en Desarrollo y Tecnologías de Software de la Facultad de Negocios Campus IV de la Universidad Autónoma de Chiapas.

*Proposal for a critical thinking measurement instrument for the Mathematics Learning Units of the Bachelor's Degree in Engineering in Development and Software Technologies, of the Campus IV Business School of the Autonomous University of Chiapas.*

*Dra. Sara Jocelyn Bello Mendoza\**  
Facultad de Negocios Campus IV de la  
Universidad Autónoma de Chiapas  
Carretera a puerto madero km. 1.5 sin número;  
Tapachula, Chiapas. México. C.P. 30700.  
sara.bello@unach.mx

*Dra. Alma Leslie León Ayala*  
Facultad de Negocios Campus IV de la  
Universidad Autónoma de Chiapas  
Carretera a puerto madero km. 1.5 sin número;  
Tapachula, Chiapas. México. C.P. 30700.  
alma.ayala@unach.mx

*Mtra. Gabriela de los Ángeles Ramos Esquinca*  
Facultad de Negocios Campus IV de la  
Universidad Autónoma de Chiapas  
Carretera a puerto madero km. 1.5 sin número;  
Tapachula, Chiapas. México. C.P. 30700.  
gabriela.ramos@unach.mx

*Dra. Susana Patricia García Sampedro*  
Facultad de Negocios Campus IV de la  
Universidad Autónoma de Chiapas  
Carretera a puerto madero km. 1.5 sin número;  
Tapachula, Chiapas. México. C.P. 30700.  
susana.garcia@unach.mx

Recibido 05, abril, 2023

Aceptado 12, junio, 2023

### Resumen

El pensamiento crítico es una destreza caracterizada por la reflexión y se guía por un objetivo, que admite efectuar un estudio fundamentado y que es fundamental para la poder tomar exitosas y las necesidades de aprendizaje que se requieren en la actualidad. En Los diferentes programas educativos, el pensamiento crítico es primordial para la solución de diversas problemáticas complejas. Por lo que surgió la razón de conocer con oportunidad la fase del pensamiento crítico, en el área de las matemáticas, en el estudiantado de la Licenciatura en Ingeniería en Desarrollo y Tecnologías de Software. El objetivo de la presente investigación es el de diseñar una serie de planteamientos matemáticos (instrumento de medición) que midan el nivel del pensamiento crítico, que permita cuantificar el estado de habilidades en las distintas dimensiones del mismo.

\*Autor corresponsal

De las respuestas obtenidas se detectaron algunas debilidades en las dimensiones de razonamiento lógico, análisis de hipótesis y resultados y argumentar. Por otro lado, se obtuvo que el estudiantado analizado presenta mejor habilidad en las dimensiones de interpretación e inferir y un poco de menor facilidad para la dimensión de resolución de problemas. El tener conocimiento de las dimensiones en las cuales el estudiantado presenta dichas debilidades y fortalezas otorga información sobresaliente para poder desarrollar metodologías de aprendizaje con mayor focalización, que permitan potenciar este tipo de pensamiento (crítico).

Palabras clave: Alternativa, mejora, matemáticas, estudiantado.

### **Abstract**

*Critical thinking is a skill characterized by reflection and guided by an objective, which allows for a well-founded study and is fundamental for the successful decision-making and learning needs that are required nowadays. In the different educational programs, critical thinking is essential for the solution of various complex problems. Therefore, the reason arose to know with opportunity the phase of critical thinking, in the area of mathematics, in the students of the Bachelor's Degree in Engineering in Software Development and Technologies. The objective of this research is to design a series of mathematical approaches (measurement instrument) that measure the level of critical thinking, which allows quantifying the state of skills in the different dimensions of critical thinking.*

*From the answers obtained, some weaknesses were detected in the dimensions of logical reasoning, analysis of hypotheses and results, and argumentation. On the other hand, it was found that the analyzed students presented better ability in the dimensions of interpretation and inference and a little less facility for the dimension of problem solving. The knowledge of the dimensions in which the students present these weaknesses and strengths provides outstanding information to develop learning methodologies with a greater focus, which allow to enhance this type of thinking (critical).*

*Keywords: Alternative, improvement, mathematics, student body.*

## **INTRODUCCIÓN**

Puesto la estrecha relación que hay entre el pensamiento crítico y el pensamiento matemático, se plantea diseñar una serie de planteamientos matemáticos que servirán como instrumento de medición del pensamiento crítico. Puesto que, se denota la necesidad de contar con un instrumento confiable, válido y sistemático en referencia a los contenidos básicos de matemáticas, que reúna las destrezas más importantes en la parte de la formación básica de un ingeniero en relación con las fases o dimensiones del pensamiento crítico. Se pretende contribuir aportando con otros instrumentos de medición, pero basado en las matemáticas básicas que se requiere en un estudiante de los primeros semestres. Este instrumento permitirá conocer las dimensiones más débiles que se requieren fortalecer y focalizar en las Unidades de competencia de los primeros semestres de la Licenciatura en Ingeniería en Desarrollo y Tecnologías de Software.

Se define pensamiento crítico en matemáticas como el pensamiento que implica adquirir y utilizar de forma práctica las destrezas de conocimiento que se encuentran relacionadas con las matemáticas para perfeccionar la calidad de pensamiento, que incluyen, saber cuestionar, saber comprender, además de verificar y analizar demostraciones y resultados, utilizar el raciocinio lógico, poder inferir, saber interpretar, resumir y evaluar, de forma activa, eficaz y con reflexión, la información que se tenga o se

genere por la experiencia, para la resolución de problemas, toma de decisiones y el logro de aprendizajes significativos. Meller (2018) y Osman et al. (2015b).

Esta investigación se inició en septiembre del año 2019 desarrollando, analizando y planteando los ejercicios matemáticos que conforman los instrumentos de medición, el cual en su momento fue revisado y validado por los docentes en matemáticas de la Facultad de Negocios del campus IV de la UNACH, se plantea la aplicación del instrumento en segundo y tercero semestres de la carrera porque, señalada la importancia del pensamiento crítico, se considera relevante el conocer el nivel de pensamiento crítico de los estudiantes al iniciar la carrera, que permitan establecer el punto inicial previo a cursar las unidades de competencias de la carrera.

Se consideraron las unidades de competencia: Cálculo Diferencial y Cálculo Integral, que son parte de la malla curricular de segundo y tercer semestres respectivamente de la Licenciatura en Ingeniería en Desarrollo y Tecnologías de Software de la Facultad de Negocios del campus IV de la UNACH. El llevar estos cursos es vital para la adquisición de conocimiento más avanzado matemático, así como la habilidad de comprender, razonar lógicamente, expresar lenguaje simbólico y resolución de problemas (Ajisuksmo & Saputri, 2017).

A partir de lo expuesto, se presenta como objetivo:

- Diseñar un instrumento de medición confiable para medir el pensamiento crítico a partir de las matemáticas, mediante su aplicación en las unidades de competencia: Cálculo Diferencial y Cálculo Integral de segundo y tercero semestres respectivamente, de la Licenciatura en Ingeniería en Desarrollo y Tecnologías de Software de la Facultad de Negocios del campus IV de la UNACH.

De acuerdo con la malla curricular de dicha licenciatura, las unidades de competencias: Cálculo diferencial y cálculo integral son parte del programa de estudios de la misma. Los programas educativos en esta Facultad se organizan en semestres de cuatro meses y medio aproximadamente de duración. El curso de cálculo diferencial considera como contenido: funciones y sus gráficas, límites y sus propiedades, continuidad, técnicas de derivación y aplicaciones de la derivada, y se lleva a cabo en el segundo semestre; mientras que el curso de cálculo Integral incluye técnicas de integración, aplicación de funciones logarítmicas, exponenciales y trigonométricas y aplicaciones de la integral, y se lleva a cabo en el tercer semestre.

## MARCO TEÓRICO-CONTEXTUAL

El pensamiento crítico ha sido destacado por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), como una de las habilidades clave para que los jóvenes sean trabajadores efectivos y ciudadanos del siglo XXI (Ananiadoui & Claro 2009). Se define como el tipo de pensamiento que consiste en evaluar críticamente la información y los argumentos, ver patrones y conexiones, construir conocimiento significativo y aplicarlo en el mundo (Fullan & Langworthy, 2014). No es un pensamiento negativo ni cínico, sino reflexivo, es un juicio reflexivo y guiado por un propósito, que se manifiesta en considerar de forma razonada la evidencia conceptualizaciones, métodos, contextos y estándares para decidir qué creer y qué hacer (Facione & Gittens, 2015; Ossa-Cornejo *et al.* 2017). Como pensamiento complejo, involucra habilidades de comprensión, deducción, generación de juicios propios, capacidad de identificar y analizar argumentos y supuestos implícitos, percibir relaciones fundamentales, realizar inferencias correctas usando métodos deductivos e inductivos, evaluar evidencias y deducir conclusiones, efectuar evaluación y emitir juicios; siendo esencial para el

aprendizaje (Meller, 2018). El pensamiento crítico es una habilidad que puede ser adquirida, a través de educación instrucción y práctica (Synder & Synder, 2008).

En Ingeniería, se ha enfatizado el pensamiento crítico como una habilidad objetivo que debe ser incorporada en los programas educacionales (Nainpally *et al.*, 2011, Domínguez, 2018). Una de las competencias que se espera y que es valorada en el mercado laboral de un ingeniero (a), es la capacidad de resolver problemas reales en el trabajo (Jonassen *et al.*, 2006). La conexión del pensamiento crítico y la resolución de problemas es estrecha, al requerir el análisis de información reflexivo, establecer conexiones lógicas y ser capaces de tomar decisiones (Sainz & Rivas, 2008; Ahern *et al.*, 2019). Sin embargo, algunos estudios han advertido que la habilidad de pensamiento crítico en ingenieros graduados es menor a la que se espera en contextos reales (Ahern *et al.*, 2019; Domínguez, 2018). Más aún, la necesidad de pensamiento crítico en ingeniería es creciente, al enfrentar problemas cada vez más relevantes en la sociedad actual como la incertidumbre, problemas de sustentabilidad medioambiental, cambio climático, pobreza y escasez de recursos (Seager *et al.*, 2011; Adair & Jaeger, 2016).

Por esta razón, uno de los grandes desafíos para las Universidades que imparten Programas de ingeniería y sus educadores es establecer estrategias educativas que sean capaces de potenciar el pensamiento crítico del estudiantado. Para ello, entre los grandes cuestionamientos se encuentra cómo evaluar el nivel de pensamiento crítico de los estudiantes (Adair & Jaeger, 2016). En este sentido, no existe consenso sobre cómo debería establecerse esta medición (Liu *et al.*, 2014; Dwyer *et al.*, 2014). Ahern *et al.* (2019) realizan una revisión de la literatura sobre pensamiento crítico en la educación de ingeniería y advierten que, si bien existe consenso sobre la necesidad de desarrollar un pensamiento crítico fuerte en ingenieros, se presenta escasez de literatura sobre cómo establecer un enfoque cohesivo de desarrollo de pensamiento crítico en los programas educativos, así como tampoco se establece con claridad cómo medirlo en los estudiantes, con qué frecuencia y cómo debería medirse el impacto de distintas intervenciones que pretenden mejorar la habilidad de los estudiantes. Concluyen que es claro que el desarrollo de pensamiento crítico no debería corresponder a esfuerzos de educadores individuales, sino que esto debe establecerse claramente en los planes y programas de estudios universitarios.

Sobre los instrumentos de medición de pensamiento crítico, se presentan como los más representativos: el *Watson-Glaser Critical Thinking Test*, que explora los ámbitos de: inferencia, reconocimiento de supuestos, deducción, interpretación y evaluación de argumentos; con el objetivo de selección de trabajos de egresados y profesionales en las áreas de derecho, finanzas y otros, así como para evaluar a los gerentes en la evaluación de la gestión y la evaluación académica de estudiantes de cursos avanzados o seminarios (Watson y Glaser, 1980). El *Ennis-Weir Critical Thinking Essay Test*, en tanto, pretende evaluar la habilidad general de la dimensión de argumentación (Ennis & Weir, 1985). El *California Critical Thinking Skills Test* está dirigido a universitarios y permite evaluar cinco capacidades cognitivas: interpretación, análisis, evaluación, explicación e inferencia, utilizando ítems de opción múltiple (Facione, 1990). En tanto, el *Halpern Critical Thinking Assessment* utiliza 50 preguntas cerradas y abiertas para medir el logro de la habilidad de pensamiento crítico, considerando cinco dimensiones: testeo de hipótesis, razonamiento verbal, argumentación, probabilidades e incertidumbre, además de resolución de problemas (Halpern, 2012).

Si bien esta variedad de instrumentos entrega un amplio rango de posibilidades de evaluación de distintos procesos cognitivos y dimensiones del pensamiento crítico, tienen entre sus limitaciones que la mayoría de ellos consideran sólo respuestas de opción múltiple y respuestas cerradas, que podría sólo evaluar procesos de memorización, reconocimiento y selección, en lugar de pensamiento crítico

(Franco *et al.*, 2014). Además, se presentan preguntas, pudiendo parecer artificiales para los estudiantes y fallando en activar procesos cognitivos aplicados para la resolución de problemas en la vida real, o incluso disminuyendo la motivación para invertir esfuerzo intelectual en responder (Sainz & Rivas, 2008). Ninguno de estos instrumentos evalúa la competencia matemática ni utiliza las matemáticas para evaluar el pensamiento crítico, ni están dirigidos al contexto de estudios de alguna ingeniería.

En relación con las matemáticas, el pensamiento crítico y el pensamiento matemático presentan perspectivas de pensamiento congruentes (Osman *et al.*, 2015). En este sentido, el pensamiento crítico se presenta como la capacidad de pensar y establecer juicios razonados y reconstruir pensamientos; mientras que la capacidad de análisis capacidad de expresar pensamiento abstracto se considera pensamiento matemático (Ciltas & Isik, 2013). Más aún, la adquisición de conocimientos matemáticos contribuye al fortalecimiento del pensamiento crítico, dado que su aplicación en la resolución de problemas es un proceso que contribuye al desarrollo de información conceptual y operativa, en conjunto con la comprensión de conceptos y relaciones, así como en ayudar a los estudiantes a comprender otras áreas de estudio y ser capaces de pensar de manera lógica, analítica sistemática, crítica y creativa (Ajisuksmo & Saputri, 2017).

Osman *et al.* (2015b) proponen que el pensamiento crítico matemático es un proceso de pensamiento continuo, que involucra adquirir y usar de manera apropiada habilidades cognitivas relacionadas con la matemática para mejorar la calidad de pensamiento al analizar de forma crítica, racional y razonable, analizar e interpretar pensamientos. Estos investigadores demuestran una estrecha relación del pensamiento crítico y pensamiento matemático y su aplicabilidad real en el desempeño de ingenieros civiles en el trabajo (Osman *et. al.*, 2015a).

## **MÉTODOS Y MATERIALES**

### **METODOLOGÍA**

Para cumplir los objetivos de estudio, se consideró la elaboración de un instrumento de medición del pensamiento crítico. Para ello, se realizó una revisión bibliográfica de las dimensiones que se incluyen en la habilidad y luego se elaboran preguntas que capturen cada dimensión.

Para la elaboración de preguntas, se considera como modelo el tipo de preguntas incluidas en el Programa para la Evaluación Internacional de los estudiantes (PISA), cuyo objetivo es medir el nivel de habilidades necesarias que han adquirido los estudiantes para participar plenamente en la sociedad actual (OECD, 2016). Más que determinar si se domina lo que se ha enseñado en la escuela, se centra en medir si los jóvenes son capaces de usar el conocimiento y las destrezas adquiridas dentro y fuera de la escuela para resolver problemas en nuevos contextos académicos y no académicos (Meller, 2018).

En matemáticas, la evaluación de la prueba PISA se basa en el concepto de competencia matemática, que relaciona razonamiento matemático y resolución de problemas (OECD, 2016). La competencia matemática se define como la capacidad individual de razonar matemáticamente y formular, emplear e interpretar matemáticas para resolver problemas en una variedad de contextos reales; e incluye una serie de componentes del pensamiento matemático, incluyendo razonamiento, modelación y establecer conexiones entre ideas (Niss, 2014). El instrumento se considera adecuado como modelo de partida para la construcción de preguntas, dado que está construido con el fin de medir la competencia matemática en el marco de medir habilidades del siglo XXI que incluyen el pensamiento crítico; así como dada la vinculación del pensamiento matemático con el pensamiento crítico.

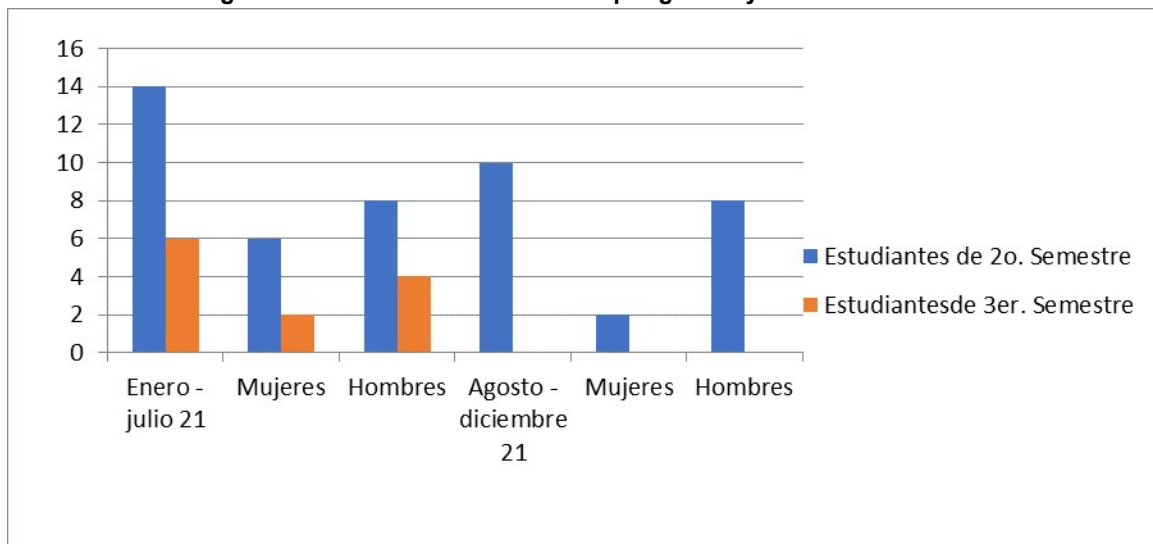
### Características de la muestra

Se consideraron como potenciales participantes a estudiantes de segundo y tercero semestres de dicha Licenciatura, cursando las unidades de competencia cálculo diferencial y cálculo integral, en los periodos semestrales enero-julio y agosto-diciembre 2021 de un universo de 84 estudiantes.

De acuerdo con estos criterios, se obtuvo una muestra compuesta por 30 estudiantes de los semestres ya mencionados que equivale a un 36% de la población, ya que derivado a la pandemia por Covid-19, resultó difícil que todos pudieran responder el instrumento de medición, de manera presencial, como se pretendía. Quedando dicha muestra integrada de la siguiente manera:

Licenciatura en Ingeniería en Desarrollo y Tecnologías de Software		
Muestra de los estudiantes que respondieron los cuestionarios		
Semestres 2021	Estudiantes de 2o. Semestre	Estudiantes de 3er. Semestre
<b>Enero - julio 21</b>	<b>14</b>	<b>6</b>
Mujeres	6	2
Hombres	8	4
<b>Agosto - diciembre 21</b>	<b>10</b>	<b>0</b>
Mujeres	2	0
Hombres	8	0

Figura 1. Distribución de la muestra por género y semestre cursado



Fuente: Elaboración propia

## Diseño y aplicación del Instrumento

Para la elaboración del instrumento se realizó una revisión exhaustiva de la literatura respecto a las dimensiones del pensamiento crítico. Las preguntas consideraron la captura de estas dimensiones, utilizando como modelo el tipo de preguntas de la prueba PISA de matemáticas.

Los contenidos que se consideraron en la creación del instrumento corresponden a: manejo de expresiones algebraicas, cálculo de porcentajes, concepto y propiedades básicas de valor absoluto, resolución básica de problemas con ecuaciones de primer orden, la ecuación de la recta e interpretación de la pendiente, propiedades básicas de los números reales y conceptos básicos de lógica.

Las preguntas que se diseñaron fueron de distintos tipos: 13 preguntas de selección múltiple, 32 de respuestas múltiples (preguntas en las cuales puede haber más de una alternativa correcta), 5 de respuesta numérica donde se debía completar con un número, por ejemplo, preguntas tipo secuencia.

Para la validación de las dimensiones, los contenidos de las preguntas y el tipo de preguntas por dimensión se realizó en un primer momento, durante los meses de septiembre y octubre del 2019, un taller con profesores del área de matemáticas, con una participación de 8 profesores con experiencia en impartición de las unidades de competencias de las academias de matemáticas de la Facultad de Negocios del C-IV de la UNACH.

La aplicación del instrumento final se llevó a cabo en dos momentos de tiempo separados por semestres (forma A y forma B con 25 preguntas cada una), en junio y noviembre del año 2021. En esos momentos, el estudiantado se encontraba concluyendo el segundo y tercero semestre respectivamente.

Esto con la finalidad de contrastar los resultados y utilizar una técnica para medir confiabilidad, que se detalla en la sección Medición de confiabilidad y validez. El tiempo de aplicación del instrumento fue de 2 horas por cada forma de 25 preguntas.

## Descripción de las dimensiones y tipo de preguntas del instrumento

De acuerdo con la OCDE, se destacan 4 macroprocesos cognitivos involucrados en el pensamiento crítico: inquirir, imaginar, hacer o ejecutar y reflexionar. Estos involucran distintas dimensiones del pensamiento crítico (Vincent-Lancrin et al., 2019). Las dimensiones consideradas en cada proceso cognitivo se enumeran en la Tabla 2.

Tabla 2. Dimensiones consideradas por proceso cognitivo

Proceso cognitivo	Indagar	Imaginar	Hacer	Reflexionar
<b>Definición</b>	Determinar y comprender el problema, incluyendo sus límites. Incluye desafiar suposiciones	Encontrar distintas perspectivas del problema, elaborar ideas, identificar fortalezas y debilidades	Identificar una solución o posición. Implica justificar una posición de forma racional	Reflexionar sobre otras alternativas, reconocer limitaciones de la solución
<b>Dimensiones</b>	- Interpretar - Razonamiento lógico - Análisis de hipótesis y resultados	- Inferir - Argumentar	- Resolver problemas - Argumentar - Inferir	(-)

Fuente: Elaboración propia según definiciones de cada proceso cognitivo de la OCDE (Vincent-Lancrin et al., 2019).

### El instrumento aplicado incluye las siguientes dimensiones:

**D1\_ Interpretar:** Se refiere a la capacidad de explicar, describir y/o relacionar los contenidos y gráficas asociados a un concepto. Interpretar se considera una dimensión crítica de los procesos cognitivos incluidos en el pensamiento crítico, específicamente el proceso de indagar, que incluye desafiar o cuestionar afirmaciones u otras interpretaciones (Vincent-Lancrin *et al.*, 2019).

En el pensamiento matemático, interpretar “es la atribución de significados a las expresiones iniciales del cálculo de modo que todas las expresiones estructuradas del cálculo adquieran sentido (significación y sentido, nombre, semántica lógica)” (Pantoja & Zúñiga, 2006, p.253). El cálculo interpretado constituye un lenguaje formalizado con el que se formulan y demuestran distintas proposiciones de sentido (Pantoja & Zúñiga, 2006).

Ejemplo de pregunta donde más se destaca esta dimensión es:

*Un caracol tarda 1,2 horas en recorrer un circuito en sentido horario. Un segundo caracol sólo tarda 72 minutos en recorrer el mismo circuito en el sentido antihorario. Se puede afirmar que:*

- a) *Un caracol es más lento que el otro.*
- b) *El caracol es más rápido al bajar que al subir el circuito.*
- c) *Un caracol recorre el circuito en un tiempo inferior al otro caracol.*
- d) *Ninguna de las anteriores.*

En este tipo de pregunta el primer problema que se enfrenta el estudiante es interpretar una variable en las mismas unidades, en este caso que 1,2 horas es igual que 72 minutos, lo que da sentido a las respuestas señaladas. Además, debe interpretar que es indiferente la posición del circuito.

**D2\_ Inferir:** En el pensamiento crítico, la imaginación es un proceso cognitivo que juega un rol muy importante en la elaboración de una idea. Incluye ser capaz de plantear teorías, suposiciones y realizar inferencias (Vincent-Lancrin *et al.*, 2019).

La dimensión de inferir en el pensamiento matemático se refiere a la capacidad de realizar inferencias, es decir derivar a partir de figuras u objetos o de una serie de números, el siguiente o subsiguientes elementos que correspondan. Según el *Diccionario de lógica* (De Gortari, 2000), el término inferir significa “sacar consecuencias o extraer una cosa de otra” (Pantoja & Zúñiga, 2006, p. 258). Para el Diccionario filosófico se denomina inferir “a aquello que tiene una deducción o consecuencia dentro del proceso discursivo. Es el paso reflexivo de una proposición o grupo de proposiciones a otra llamada conclusión”.

Ejemplo de pregunta en matemáticas donde se requiere esta habilidad es:

*¿Cuál o cuáles de los siguientes números pertenecen a la sucesión  $S = \{1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \dots\}$*

- a) 55 b) 63 c) 89 d) 100

En esta sucesión el estudiante debe inferir la regla de formación, y continuar su formación (Sucesión de Fibonacci). Requiere inferir la recurrencia de los números y comparar con los números dados. En matemática es también muy común la inferencia de figuras, por ejemplo, en fractales.

**D3\_ Argumentar:** En el pensamiento crítico, la imaginación incluye identificar y revisar alternativas, puntos de vista, teorías y suposiciones (Vincent-Lancrin *et al.*, 2019). Este proceso permite una mejor identificación de las fortalezas y debilidades de una evidencia propuesta, argumentos y suposiciones



(Dennett, 2013). Adicionalmente, el proceso cognitivo de ejecución del pensamiento crítico implica la habilidad de argumentar y justificar una posición de forma racional (Vincent-Lancrin *et al.*, 2019).

Al respecto, se define la dimensión de argumentar como la capacidad de reflexionar y analizar argumentos válidos relativos a posibles alternativas de solución de problemas.

Las preguntas asociadas a esta dimensión desde el pensamiento matemático evalúan la comprensión de la paradoja de Simpson, la capacidad de entender los argumentos asociados a una demostración matemática (se propuso la demostración que;  $n^2$  es par implica que  $n$  es par, y la demostración que  $\sqrt{2}$  es irracional). Además, requiere establecer la diferencia de que algo es falso a pesar de que parece verdadero, por ejemplo, en una pregunta, comparamos el hecho de vender 60 libros con la promoción 5 por \$20.000 con el hecho de vender 30 libros con la promoción 3 por \$10.000 y vender otros 30 libros con la promoción 2 por \$10.000.

Ejemplo de pregunta para la dimensión Argumentación en la prueba de pensamiento crítico, se tiene:

*En la empresa X, se sabe que la función Utilidad U, de producir y vender una cantidad x de artículos está dada por la diferencia entre la función de Ingresos I y la función de Costos C. La función de ingresos está dada por el precio unitario del artículo multiplicado por la cantidad de artículos, la función de costos está dada por costos fijos CF más costos variables CV. Asuma que Ud. es un asesor del gerente y ha calculado que, se puede vender cada artículo a 35 dólares y que se tiene un costo fijo de 1000 dólares al mes para producir los artículos, y un costo variable igual a 25x dólares mensuales. Además, por restricciones de capacidad de la empresa se puede producir un máximo de 500 artículos al mes. El gerente pregunta: ¿Es posible obtener una utilidad de 5000 dólares al mes, suponiendo que se puede vender todo lo que se produce en el mes?*

*¿Cuál de las siguientes respuestas del asesor responderían correctamente al gerente?:*

- a) *Sí, es posible obtener esa utilidad, porque al producir 500 artículos al mes, se venderían a 35 cada uno, obteniendo una ganancia superior a 5000 dólares.*
- b) *No es posible, porque se necesitaría producir más que el máximo de artículos que puede producir la empresa al mes para obtener esa utilidad.*
- c) *No es posible, porque cuando se producen y venden menos de 100 artículos se obtienen pérdidas*
- d) *Sí, es posible porque si se producen 600 artículos se obtienen los 5000 dólares de utilidad.*

En este tipo de preguntas se trata de encontrar una justificación matemática que asegure la validez de la argumentación. En este caso, la solución de una ecuación nos permite sustentar el argumento. Es muy común en el uso de la argumentación dar proposiciones que se apoyan en las estadísticas o probabilidades, el estudiante debe distinguir aquellas que son engañosas y conducen a falacias.

**D4\_Analizar hipótesis y resultados:** En el proceso cognitivo de inquirir en el pensamiento crítico, se incluye la dimensión de análisis, que incorpora determinar y entender el problema; y evaluar resultados, examinando si las soluciones asociadas o supuestos están basados en hechos inadecuados o razonamiento, e identificar los espacios de conocimiento (Vincent-Lancrin *et al.*, 2019). En su conjunto, se define la dimensión de análisis de hipótesis y resultados como la capacidad de identificar información relevante y considerar las hipótesis o supuestos adecuados para resolver un problema y analizar los resultados en función de los supuestos.

Facione afirma que los expertos manifiestan que el análisis “consiste en identificar las relaciones de inferencia reales y supuestas entre enunciados, preguntas, conceptos, descripciones u otras formas de

representación que tienen el propósito de expresar creencia, juicio, experiencias, razones, información u opiniones” (Facione 1990, p.9). Los expertos incluyen además examinar las ideas, detectar y analizar argumentos como parte de las habilidades del análisis.

Las preguntas asociadas a esta dimensión piden al estudiante analizar hipótesis en enunciados matemáticos.

Ejemplo donde se destaca esta dimensión es:

*Si  $a$  y  $b$  son números reales cualesquiera tal que  $a$  es menor que  $b$ , y  $b$  es distinto de cero, determine cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones es verdadera.*

$$a) a^2 < b^2 \quad b) \frac{a}{b} < 1 \quad c) (b - a)^2 > b^2 + a^2 \quad d) (a - b)^2 > 0$$

En este tipo de problema se necesita analizar si los diferentes resultados son consistentes con los supuestos o hipótesis. Este análisis se sustenta en axiomas, definiciones, proposiciones cuya verdad se conoce, también es importante para el análisis conocer los errores más comunes que se cometen en el razonamiento dentro de una determinada área de la matemática, lo que se conoce como los bloques epistemológicos, por ejemplo, en esta pregunta suponer que los números son positivos.

**D5\_ Resolver problemas:** La resolución de problemas se enmarca en el proceso cognitivo de ejecutar o hacer del pensamiento crítico, que se establece directamente como producto del juicio razonado. Un proceso cognitivo posterior del pensamiento crítico es la reflexión, que incluye la evaluación de la solución y sus limitaciones (Vincent-Lancrin *et al.*, 2019).

Matemáticamente, resolver problemas se refiere a la capacidad de solucionar problemas y tomar decisiones, aplicando herramientas matemáticas válidas para la resolución. El término resolver, según (De Gortari, 2000) significa “resumir, epilogar, recapitular; analizar una cosa compuesta en sus partes o elementos, para reconocerlos cada uno de por sí” (Gortari, 2000, p.455).

En esta dimensión es que se presentan el mayor número de problemas de aplicación en matemáticas, en estos se requiere utilizar los conocimientos matemáticos dados por reglas que se fundamentan en fórmulas, identidades, teoremas, definiciones, propiedades establecidas anteriormente, es decir todo el bagaje matemático que se ha adquirido. Ejemplo de ello se tiene:

*Cuatro estudiantes universitarios de regiones deciden arrendar una casa en Santiago, la cual posee dos pisos, dos baños, una cocina, un comedor, un living, 6 habitaciones, una terraza y tiene 120 metros cuadrados de superficie total. Consideran repartir en partes iguales el arriendo mensual. Sin embargo, se dan cuenta que, si aumentan en dos el número de estudiantes, su cuota mensual se reduce en 35.000 pesos. ¿Cuánto cuesta el arriendo mensual de la casa?*

En este tipo de pregunta se trata de utilizar lo que se sabe de ecuaciones de primer grado, discriminar entre; información del contexto del problema y la información que se requiere para resolver el problema planteado, plantear una ecuación y resolverla. La resolución de problemas tiene un amplio alcance en la literatura, partiendo de lo que se entiende por ¿qué es un problema? En la investigación se consideró como problema aquella situación que implica un reto o desafío y requiere una respuesta usando las herramientas matemáticas, que moviliza un proceso cognitivo superior. A diferencia de un ejercicio, donde sólo se ejecutan procesos repetitivos que el estudiante ya conoce (Mayer, 1992).

**D6\_ Razonamiento lógico:** El razonamiento lógico, es una dimensión que está incluida parcialmente en el proceso cognitivo de inquirir del pensamiento crítico, que se refiere al pensamiento racional, que

incluye chequear hechos, observar, establecer conexiones. Es necesario para el proceso de cognitivo de ejecución del juicio (Vincent-Lancrin *et al.*, 2019).

Matemáticamente, el razonamiento lógico se refiere a la capacidad de aplicar el razonamiento lógico, es decir utilizar contenidos de la lógica en una situación teórica matemática o en contexto real, ya sea uso de conectivos y/o proposiciones lógicas.

En matemáticas la exposición y dominio del conocimiento son procesos racionales sustentados en la lógica, por ejemplo, la deducción se basa en las operaciones de clasificación y ordenamiento. En la resolución de problemas el buen uso de los conectivos del cálculo proposicional es primordial, así como el uso de cuantificadores del cálculo de predicados, lo que permite la identificación de las falacias (Copi, 2011).

Las preguntas asociadas a esta dimensión evalúan la capacidad que tiene el estudiante de usar conectores lógicos, de resolver una ecuación o inecuaciones mediante equivalencias, de determinar si implicaciones son verdaderas o falsas, de usar los axiomas adecuados para demostrar resultados fundamentales en matemáticas (una de las preguntas analiza la demostración que “Si  $x \neq 0$  entonces  $x^2 > 0$ ”.

Ejemplo de pregunta del uso del razonamiento lógico es:

*Un buen amigo suyo, Pedro, le dice: “si mañana llueve, entonces no salgo”. Determine la o las afirmaciones que son ciertas.*

- a) *Si al día siguiente Pedro ha salido, entonces no ha llovido.*
- b) *Si al día siguiente Pedro no ha salido, entonces ha llovido.*
- c) *Si al día siguiente el cielo está muy oscuro, entonces Pedro no saldrá.*
- d) *Si al día siguiente Pedro no ha salido, entonces es más probable que haya llovido a que no haya llovido.*

Este es un problema típico de utilización del cálculo proposicional, en este caso la equivalencia lógica de la implicación y su contra recíproca,  $p$  implica  $q$  es lógicamente equivalente a  $\text{no } q$  implica  $\text{no } p$ . En el uso diario del razonamiento se utilizan constantemente deducciones que son falaces, cayendo en contradicciones o paradojas, la matemática que pretende constituirse en un lenguaje más preciso debe respetar estrictamente las reglas de la lógica, es importante que nuestros estudiantes se vayan acostumbrando a ser más rigurosos en ese aspecto.

#### **ALCANCES Y LIMITACIONES DE LA INVESTIGACIÓN**

Entre las fortalezas de la investigación se encuentra que se elaboraron preguntas que requieren habilidades matemáticas no muy complejas, usando como modelo en su mayoría el tipo de preguntas consideradas en la prueba PISA de matemáticas. Esto las hace apropiadas para aplicarlas en cursos iniciales de licenciaturas en ingeniería, permitiendo establecer una aproximación del nivel de pensamiento crítico en estos estudiantes. Lo anterior establece una diferencia de otros instrumentos diseñados para medir el pensamiento crítico que no utilizan las matemáticas ni establecen como objetivo medir la competencia matemática.

Conocer el nivel de pensamiento crítico a través de las matemáticas permite obtener un perfil de tal competencia, tanto individual como colectiva, para orientar el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en los primeros semestres de la licenciatura en cuestión. Aplicaciones sucesivas de este tipo de preguntas podrían otorgar información útil en cuanto a la progresión del pensamiento

matemático y pensamiento crítico, así como servir de instrumento para evaluar intervenciones dirigidas a potenciar este tipo de pensamiento. Al respecto, se obtiene como resultado esperado que los estudiantes cursando el tercer semestre de cálculo integral obtuvieron resultados significativamente mejores que aquellos que se encontraban cursando el semestre de cálculo diferencial.

Respecto al análisis por género, no se encontraron diferencias significativas en esta muestra, lo cual es concordante con otros estudios hechos sobre pensamiento crítico en general (Muñiz, 2002, Salahshoor & Rafiee, 2016, Bagheri & Ghanizadeh 2016). Se añade que, en este caso, no hubo diferencias significativas al medir el pensamiento crítico a través de las matemáticas. Se reconoce que la muestra, al igual que la distribución a nivel general de la carrera, presenta un número mucho más bajo de mujeres respecto al número de hombres.

Entre las limitaciones de este estudio se encuentra el formato de algunas de las preguntas consideradas para la construcción del instrumento. Si bien no en su totalidad, se consideraron preguntas de selección múltiple que, aunque son más fáciles y objetivas de calificar, puede impedir la medición de la dimensión deseada en función de otros procesos cognitivos como el reconocimiento y selección de una respuesta. Es decir, los procesos cognitivos del pensamiento pueden no ser evaluados completamente, ya que a los encuestados no se les pide que elaboren su pensamiento respondiendo preguntas, sino evaluando respuestas construidas.

Además, si bien la mayoría establecía enunciados de problemas adaptados a contextos que simularan la realidad, algunas preguntas correspondían a enunciados matemáticos, pudiendo parecer artificiales para el estudiantado (Sainz & Rivas, 2008). El objetivo de los autores al incluir este tipo de preguntas fue no tan sólo capturar la dimensión Análisis de hipótesis y resultados, sino también identificar si los alumnos son capaces de abstraer sus ideas en lenguaje formal. La capacidad de expresar pensamiento abstracto se considera parte del pensamiento matemático (Ciltas & Isik, 2013).

Otra de las limitaciones de la investigación es que el instrumento fue aplicado en un contexto de pandemia por Covid-19 y se tenía planeado aplicarlo de manera presencial, por lo que las condiciones del entorno no estuvieron controladas y no necesariamente fueron las adecuadas para que el estudiantado pudiera rendir de manera concentrada las pruebas.

Entre los alcances de la investigación cabe mencionar que se aplicó exclusivamente a los y las estudiantes de la muestra descrita, por lo tanto, no se puede inferir los resultados a estudiantes de otras universidades.

## **CONCLUSIONES**

Además de las conclusiones derivadas de la investigación, se pueden incluir datos para una posible investigación futura.

El propósito de la presente investigación fue desarrollar un instrumento para medir el pensamiento crítico a través de las matemáticas a partir de la aplicación en estudiantes universitarios de la Licenciatura en Ingeniería en Desarrollo y Tecnologías de Software de la Facultad de Negocios de segundo y tercero semestres. Se obtuvo un instrumento validado de 50 preguntas, que involucran las dimensiones de Interpretar, Inferir, Argumentar, Análisis de hipótesis, Resolver problemas y Razonamiento lógico. Se ofrecen ejemplos del tipo de preguntas que se utilizaron para capturar cada dimensión.

Conocer las dimensiones en las cuales los estudiantes presentan fortalezas y debilidades entrega información relevante para el desarrollo de metodologías de aprendizaje más focalizadas, que permitan

fortalecer el pensamiento crítico en estudiantes de la carrera en mención. Se considera que la aplicabilidad del instrumento es amplia, abarcando ámbitos educativos y de investigación, constituyéndose en un elemento valioso para detectar las debilidades que presentan el estudiantado y por tanto permite tener elementos para decidir estrategias que permitan fortalecer ciertas dimensiones en los programas de matemáticas.

Futuras líneas de investigación incluyen la aplicación del instrumento en otras Universidades para analizar los resultados y hacer estudios comparativos. Además, se plantea como mejora metodológica elaborar preguntas que, si bien utilicen herramientas matemáticas, tengan un mayor énfasis en la resolución de problemas complejos en contexto real que incluyan aspectos como problemas de sustentabilidad medioambiental, cambio climático, pobreza y escasez de recursos. A juicio de los autores, esto disminuiría aún más el sesgo de evaluar una lista discreta de dimensiones, en lugar de medir de forma integral el pensamiento crítico.

Por último, se espera que el diseño y validación de este tipo de instrumentos contribuya a establecer con mayor claridad, cómo medirlo en estudiantes de ingeniería en distintos niveles.

## Referencias

- Ahern, A., Dominguez, C., McNally, C., O'Sullivan, J. J., & Pedrosa, D. (2019). A literature review of critical thinking in engineering education. *Studies in Higher Education*, 44(5), 816–828. <https://doi.org/10.1080/03075079.2019.1586325>
- Ananiadoui, K., & Claro, M. (2009). 21st Century Skills and Competences for New Millennium Learners in OECD Countries. *OECD Education Working Papers*, 41. <https://doi.org/10.1787/19939019>
- Ciltas, A., & Isik, A. (2013). The effect of instruction through mathematical modelling on modelling skills of prospective elementary mathematics teachers. *Educational Sciences: Theory and Practice*, 13(2), 1187–1192.
- Copi, I. M. (2011). *Introducción a la lógica*, 2a ed (2.a ed.). Editorial Limusa.
- Cozby, P. C., & Ayala, L. E. P. (2005). *Métodos de investigación del comportamiento*. McGraw-Hill Education.
- Domínguez, C. (2018). A European collection of the Critical Thinking skills and dispositions needed in different professional fields for the 21st century. UTAD.
- Ennis, R. H., & Millman, J. (2005). *Cornell Critical Thinking Test Level X*. (5.a ed.). The Critical Thinking Company.
- Ennis, R. H., & Weir, E. (1985). *The Ennis-Weir Critical Thinking Essay Test (Measurement instrument)*. Midwest Publications.
- Facione, P. (1990). *Critical Thinking: A Statement of Expert Consensus for Purposes of Educational Assessment and Instruction - The Delphi Report*. California Academic Press.
- Facione, P., & Gittens, C. (2015). *Think Critically*. Pearson.
- Franco, A., Almeida, L., & Saiz, C. (2014). Pensamiento crítico: Reflexión sobre su lugar en la Enseñanza Superior. *Educatio Siglo XXI*, 32(2). <https://doi.org/10.6018/j/202171>

- Hogan, T. P., & Viveros, S. (2015). *Pruebas psicológicas: Una introducción práctica (2.a ed.)*. Editorial El Manual Moderno.
- Meller, P. (2018). *Claves para la educación del futuro. Creatividad y pensamiento crítico*. Catalonia.
- Miranda, C. (2003). El pensamiento crítico en docentes de educación general básica en Chile: un estudio de impacto. *Estudios pedagógicos (Valdivia)*, 29. <https://doi.org/10.4067/s0718-07052003000100003>
- Muñiz, J. (2002). *Teoría clásica de los tests*. Ediciones Pirámide.
- Niss, M. (2014). Mathematical Competencies and PISA. En K. Stacey & R. Turner (Eds.), *Assessing Mathematical Literacy* (pp. 35–55). Springer.
- Nunnally, J.C. & Bernstein, I.J. (1995). *Teoría psicométrica (3ª ed.)*. McGraw-Hill.
- OECD. (2016). *Pisa Ten Questions for Mathematics Teachers. . .and How Pisa Can Help Answer Them*. OECD.
- Osman, S., Abu, S., Mohammad, S., & Mokhtar, M. (2015a). Interrelation among pertinent elements of critical thinking and mathematical thinking in the real-word practice of civil engineering. *Malaysian Journal of Civil Engineering*, 27(2), 290–304. <https://doi.org/10.11113/mjce.v27.15926>
- Osman, S., Mohammad, S., & Abu, M. S. (2015b). A preliminary study on the integral relationship between critical thinking and mathematical thinking among practicing civil engineers. *AIP Conference Proceedings*, 1660(1). <https://doi.org/10.1063/1.4915748>
- Ossa-Cornejo, C., Palma-Luengo, M., Lagos-San Martín, N., & Díaz-Larenas, C. (2018). Evaluación del pensamiento crítico y científico en estudiantes de pedagogía de una universidad chilena. *Revista Electrónica Educare*, 22(2), 1. <https://doi.org/10.15359/ree.22-2.12>
- Ossa-Cornejo, C., Palma-Luengo, M., Lagos-San Martín, N., Quintana-Abello, I., & Díaz-Larenas, C. (2017). ANÁLISIS DE INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN DEL PENSAMIENTO CRÍTICO. *Ciencias Psicológicas*, 11(2), 19. <https://doi.org/10.22235/cp.v11i2.1343>
- Possin, K. (2013). Some Problems with the Halpern Critical Thinking Assessment (HCTA) Test. *Inquiry: Critical Thinking Across the Disciplines*, 28(3), 4–12. <https://doi.org/10.5840/inquiryct201328313>
- Rico, L., & Lupiáñez, J. L. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Alianza Editorial.
- Saíz, C., & Rivas, S. F. (2008). Evaluación en pensamiento crítico: Una propuesta para diferenciar formas de pensar. *Ergo, Nueva Época*, 22(23), 25-66.
- Snyder, L., & Snyder, M. (2008). Teaching Critical Thinking and Problem Solving Skills. *The Delta Pi Epsilon Journal*, 50, 90-99.